

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ КОЗЬМЫ МИНИНА»

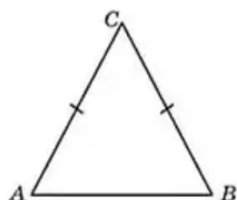
ВСТУПИТЕЛЬНОЕ ИСПЫТАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Демонстрационный вариант

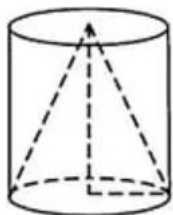
Часть 1

Ответом к заданиям 1 – 12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в бланк ответов под номером соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $AC=BC=7$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{\sqrt{33}}{4}$ . Найдите  $AB$ .

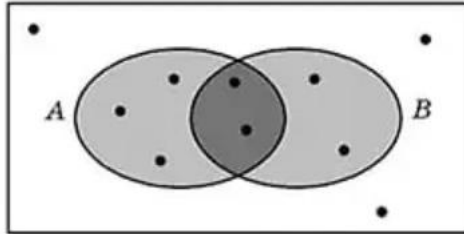


2. Даны векторы  $\vec{a}(5; -1)$  и  $\vec{b}(0; 2)$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .
3. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Объем конуса равен 25. Найдите объем цилиндра.

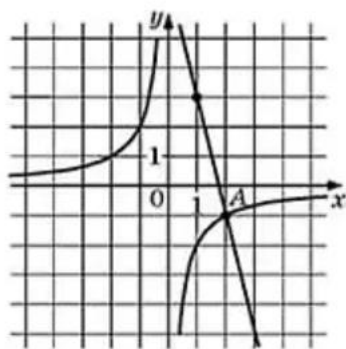


4. Вероятность того, что новый пылесос в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,093. В некотором городе из 1000 проданных пылесосов в течение года в гарантийную мастерскую 97 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

5. На диаграмме Эйлера показаны события  $A$  и  $B$  в некотором случайном эксперименте, в котором 10 равновозможных элементарных событий. Элементарные события показаны точками. Найдите  $P(B|A)$  – условную вероятность события  $B$  при условии  $A$ .



6. Решите уравнение  $\log_{x+2}81 = 4$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.
7. Найдите значение выражения  $10\sin 30^\circ \cdot \cos 120^\circ$ .
8. Прямая  $y = -5x + 8$  является касательной к графику функции  $y = 28x^2 + bx + 15$ . Найдите  $b$ , учитывая, что абсцисса точки касания больше 0.
9. Катер должен пресечь реку шириной  $L = 117$  м и со скоростью течения  $u = 1,3$  м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением  $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$ , где  $\alpha$  – острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом  $\alpha$  (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 90 с ?
10. Дима, Антон, Гриша и Денис учредили компанию с уставным капиталом 150 000 рублей. Дима внёс 26 % уставного капитала, Антон – 50 000 рублей, Гриша – 0,26 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внёс Денис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесённому в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 600 000 рублей причитается Денису? Ответ дайте в рублях.
11. На рисунке изображены графики функций  $f(x) = \frac{k}{x}$  и  $g(x) = ax + b$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите ординату точки  $B$ .



12. Найдите наименьшее значение функции  $y = (x - 55)e^{x-54}$  на отрезке  $[53; 55]$ .

### Часть 2

При выполнении заданий 13 – 19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

13. а) Решите уравнение  $(-2\cos^2 x + \sin x + 1) \cdot \log_{0,5}(-0,8\cos x) = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку  $[-6\pi; -4\pi]$ .

14. Все рёбра правильной треугольной призмы  $ABCA_1B_1C_1$  равны 6. Точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  – середины рёбер  $AA_1$ ,  $A_1C_1$  и  $BB_1$  соответственно.

а) Докажите, что сечение призмы плоскостью  $MNK$  является равнобедренной трапецией.

б) Найдите объём пирамиды  $A_1MNPК$ , где  $MNPК$  – это сечение призмы  $ABCA_1B_1C_1$  плоскостью  $MNK$ .

15. Решите неравенство  $\frac{3^x+7}{3^x-7} + \frac{3^x-7}{3^x+7} \leq \frac{4 \cdot 3^{x+2}-64}{9^x-49}$ .

16. 15-го июля планируется взять кредит в банке на сумму 300 тысяч рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 4% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что сумма всех платежей составит 366 тысяч рублей?

17. В трапеции  $ABCD$  диагональ  $AC$  равна боковой стороне  $CD$ . Диагональ  $BD$  является биссектрисой угла  $ADC$ .

а) Докажите, что углы  $ABC$  и  $BAC$  равны.

б) Найдите  $AB$ , если известно, что  $BD = 8$  и  $AC = 5$ .

18. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 12x + a^2 - 14a}{x^2 - 24x + 144 - a} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

19. Пусть  $n$  – натуральное число.

- а) Верно ли, что число  $12n^3 + 3n^2 + 6n + 17$  делится на 25 при  $n = 1982$ ?
- б) Верно ли, что число  $36^n + 15n - 1$  делится на 25 при любом значении  $n$ ?
- в) Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором число  $21n^3 + 19n^2 + 11n + 19$  делится на 105.

Председатель предметной комиссии \_\_\_\_\_

**Бланк ответов**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

13	14	15	16	17	18	19