

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ КОЗЬМЫ МИНИНА»

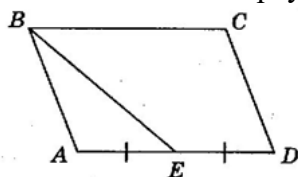
ВСТУПИТЕЛЬНОЕ ИСПЫТАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ В ТЕХНИКЕ,
ТЕХНОЛОГИЯХ И ИНЖЕНЕРНОМ ДЕЛЕ

Демонстрационный вариант

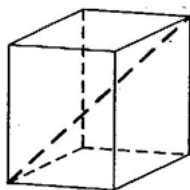
Часть 1

Ответом к заданиям 1 – 12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в **поле ответа** в тексте работы, затем перенесите его в **бланк ответов** под номером соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.

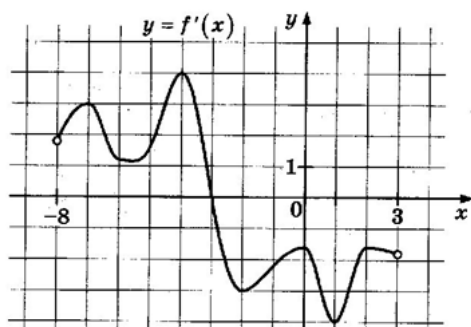
1. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 176. Точка E – середина стороны AD . Найдите площадь треугольника ABE .



2. Даны векторы $\vec{a}(7; 1)$ и $\vec{b}(-1; -7)$. Найдите косинус угла между ними.
3. Один из граней прямоугольного параллелепипеда – квадрат. Диагональ параллелепипеда равна 2 и образует с плоскостью этой грани 30° . Найдите объём параллелепипеда.

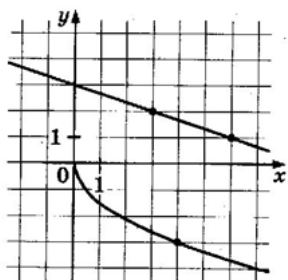


4. В сборнике билетов по математике всего 20 билетов, в 7 из них встречается вопрос по теме «Производная». Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику не достанется вопрос по теме «Производная».
5. Первый член бесконечной последовательности целых чисел равен 0. Каждый следующий член последовательности с вероятностью $p = 0,8$ на единицу больше предыдущего и с вероятностью $1 - p$ на единицу меньше предыдущего. Какова вероятность того, что среди членов этой последовательности найдётся число -1 ?
6. Решите уравнение $\frac{1}{3}x^2 = 16\frac{1}{3}$. Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе запишите меньший из корней.
7. Найдите $\log_a \frac{a}{b^3}$, если $\log_a b = 5$.
8. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-3; 2]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



9. Водолазный колокол, содержащий $\nu = 5$ молей воздуха при давлении $p_1 = 1,4$ атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления p_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = a\nu T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$, где $a = 8,5 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - постоянная, $T = 300$ К - температура воздуха. Найдите, какое значение p_2 (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 25 500 Дж.
10. Имеется два сосуда. Первый содержит 100 кг, а второй - 60 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 27% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 32% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

11. На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A . Найдите абсциссу точки A .



12. Найдите точку максимума функции $y = 2 + 15x - 2x^{\frac{3}{2}}$.

Часть 2

При выполнении заданий 13 – 19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

13. а) Решите уравнение $2\cos^2 x + \sin(5\pi - x) + 1$.
 б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие промежутку $\left[\frac{9\pi}{2}; 6\pi\right]$.
14. В основании пирамиды $SABCD$ лежит прямоугольник $ABCD$ со стороной $AB = 3$ и диагональю $BD = 5$. Все боковые рёбра пирамиды равны 3. На диагонали BD основания $ABCD$ отмечена точка E , на ребре AS – точка F так, что $SF = BE = 2$.
 а) Докажите, что плоскость CEF параллельна ребру SB .
 б) Плоскость CEF пересекает ребро SD в точке Q . Найдите расстояние от точки Q до плоскости ABC .
15. Решите неравенство $\sqrt{5^{2x+1} - 4 \cdot 5^x + 7} \leq 3 - 5^x$.
16. Александр хочет купить пакет акций быстрорастущей компании. В начале года у Александра не было денег на покупку акций, а пакет стоил 200 000 рублей. В середине каждого месяца Александр откладывает на покупку пакета акций одну и ту же сумму, а в конце месяца пакет дорожает, но не более чем на 20 %. Какую наименьшую сумму надо откладывать Александру каждый месяц, чтобы через некоторое время купить желаемый пакет акций?
17. На сторонах AC и BC треугольника ABC с внешней стороны построены квадраты $AKLC$ и $BPQC$. Точка M – середина стороны AB .
 а) Докажите, что $LQ = 2CM$.
 б) Найдите расстояние от точки M до центра квадрата $AKLC$, если $AC = 14$, $BC = 16$ и $\angle ACB = 150^\circ$.
18. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{9x^4 + 5x^2(3 - 5x) + a(x^2 + a)} = 3x^2 - 5x + a$$

Имеет ровно три различных корня.

19. Некоторая бесконечная возрастающая арифметическая прогрессия состоит из натуральных чисел. Пусть S_n - сумма попарных произведений первых $n \geq 2$ членов этой прогрессии. Например, для прогрессии 1, 3, 5, 7, ... получаем: $S_2 = 1 \cdot 3 = 3$ и $S_3 = 1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 1 \cdot 5 = 23$.
- а) Может ли выполняться равенство $S_4 = S_3 + 105$?
 - б) Может ли выполняться равенство $S_{19} = S_{17} + 6932$?
 - в) Найдите наибольшее значение n , при котором может выполняться равенство $S_{n+2} = S_n + 6932$.

Председатель предметной комиссии _____

Бланк ответов

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

13	14	15	16	17	18	19