

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ КОЗЬМЫ МИНИНА»

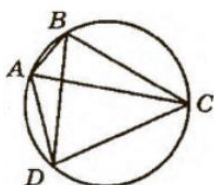
ВСТУПИТЕЛЬНОЕ ИСПЫТАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ В  
ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ СФЕРЕ

Демонстрационный вариант

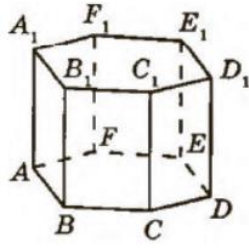
Часть 1

Ответом к заданиям 1 – 12 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в **поле ответа** в тексте работы, затем перенесите его в **бланк ответов** под номером соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.

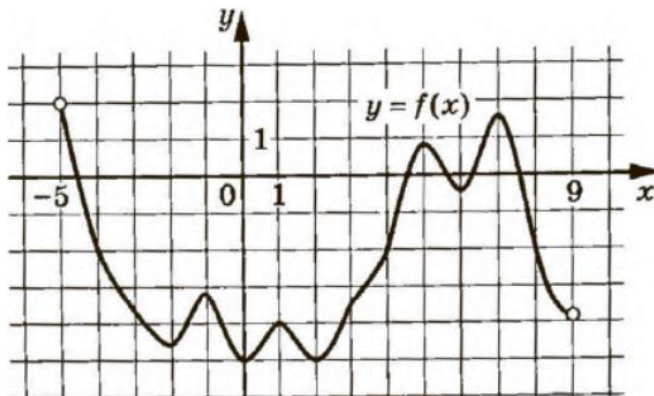
1. Четырёхугольник  $ABCD$  вписан в окружность. Угол  $ABC$  равен  $112^\circ$ , угол  $ABD$  равен  $38^\circ$ . Найдите угол  $CAD$ . Ответ дайте в градусах.



2. Даны векторы  $\vec{a}(-14; 2)$  и  $\vec{b}(3; -21)$ . Найдите косинус угла между ними.
3. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A, B, D, E, C_1$  правильной шестиугольной призмы  $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ , площадь основания которой равна 12, а боковое ребро равно 6.

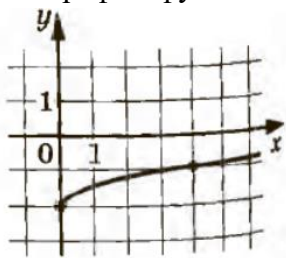


4. На чемпионате по прыжкам в воду выступают 25 спортсменов: 8 прыгунов из Кореи, 10 из Китая, остальные из Вьетнама. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что вторым будет выступать прыгун из Вьетнама.
5. Из 10 билетов 2 являются выигрышными. Наугад берут 3 билета. Найдите вероятность того, что среди них хотя бы один окажется выигрышным. Ответ округлите до сотых.
6. Найдите корень уравнения  $\log_4(8 - 5x) = 2\log_4 3$ .
7. Найдите значение выражения  $\sqrt{50} - \sqrt{200}\sin^2 \frac{13\pi}{8}$ .
8. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 9)$ . Найдите количество решений уравнения  $f'(x) = 0$  на отрезке  $[4; 9]$ .



9. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет форму сферы, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле:  $F_A = \alpha p g r^3$ , где  $\alpha = 4,2$  – постоянная,  $p = 1000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$  – плотность воды,  $g$  – ускорение свободного падения (считайте  $g = 10 \frac{\text{Н}}{\text{кг}}$ ), а  $r$  – радиус аппарата в метрах. Каков может быть максимальный радиус аппарата, чтобы выталкивающая сила при погружении была не больше чем 447 216 Н? Ответ дайте в метрах.
10. Двое рабочих, работая вместе, могут выполнить работу за 12 дней. За сколько дней, работая отдельно, выполнит эту работу первый рабочий, если он за 3 дня выполняет такую же часть работы, какую второй – за 4 дня?

11. На рисунке изображен график функции  $f(x) = b + k\sqrt{x}$ . Найдите значение  $x$ , при



котором  $f(x) = 0$ .

12. Найдите наименьшее значение функции  $y = 3 - 3\pi + 12x - 12\sqrt{2}\sin x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

## Часть 2

При выполнении заданий 13 – 19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов.

13. а) Решите уравнение  $\sqrt{16 - 25x^2}(9^{3x+2} - 163 \cdot 27^x + 2) = 0$ .  
б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[0,4; 4]$ .
14. В правильной пирамиде  $SABC$  на стороне  $BC$  основания  $ABC$  и боковом ребре  $AS$  отметили соответственно точки  $P$  и  $K$  такие, что  $BP : PC = AK : KS = 2 : 1$ . Через точки  $P$  и  $K$  параллельно прямой  $AC$  провели плоскость  $\alpha$ .  
а) Докажите, что сечением пирамиды  $SABC$  плоскостью  $\alpha$  является равнобедренная трапеция.  
б) Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость  $\alpha$  разделила пирамиду  $SABC$ .
15. Решите неравенство  $(2x^2 + 9x + 10) \left(\frac{1}{3} \log_{0,5}(x^2 - 5) + \log_8(\sqrt{5} - x)\right) \geq 0$ .
16. В мае 2028 года планируется взять кредит на 6 лет в размере 1324 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:  
- каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;  
- с февраля по апрель каждого года необходимо выплатить часть долга;  
- в мае 2029, 2030 и 2031 годов долг остается равным 1324 тыс. рублей;  
- выплаты в 2032, 2033 и 2034 годах равны;  
- к маю 2034 года долг будет выплачен полностью.  
Найдите общую сумму выплат по кредиту.
17. В квадрате  $ABCD$  на диагонали  $BD$  и на сторонах  $AB$  и  $BC$  отметили соответственно точки  $P$ ,  $E$  и  $F$  такие, что  $BE = BF$ , а прямая, проходящая через точку  $P$  параллельно прямой  $AC$ , отсекает от квадрата треугольник, площадь

которого равна площади четырёхугольника  $EBFP$  и в три раза меньше площади квадрата.

а) Докажите, что если  $BP \cdot BE = \sqrt{2}$ , то  $AB = \sqrt{3}$ .

б) Найдите отношение площадей треугольников  $EPF$  и  $EBF$ .

18. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{a+x^2} = \sqrt{a+y^2} \\ x^2 + y^2 = 4|x| - 4y + 16 \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

19. Дан набор натуральных чисел, каждое из которых меньше 100 и записано с помощью цифр 1, 3, 5, 7 или 9. В наборе есть хотя бы одно однозначное и хотя бы одно двузначное число. Из этого набора чисел получили второй набор чисел следующим образом:

- к каждому однозначному числу приписали цифру, с помощью которой это число было записано;

- вместо каждого двузначного числа записали среднее арифметическое двух его цифр.

а) Может ли сумма чисел первого набора быть на 13 больше суммы чисел второго набора?

б) Может ли сумма чисел первого набора быть в два раза меньше суммы чисел второго набора?

в) Найдите наибольшее возможное отношение суммы чисел первого набора к сумме чисел второго набора, если в первом наборе не было одинаковых чисел, а однозначных чисел было столько же, сколько и двузначных.

Председатель предметной комиссии \_\_\_\_\_

**Бланк ответов**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

13	14	15	16	17	18	19