

ВСТУПИТЕЛЬНОЕ ИСПЫТАНИЕ ПО МАТЕМАТИКЕ

Пояснения к демонстрационному варианту

Вступительное испытание проводится в соответствии с Федеральным законом от 29.12.2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

При ознакомлении с демонстрационным вариантом 2020 года следует иметь в виду, что задания, включённые в него, не отражают всех вопросов содержания, которые будут проверяться на вступительном испытании в 2020 году. Полный перечень вопросов, которые могут проверяться на вступительном испытании в 2020 году, приведён в программе по математике.

Назначение демонстрационного варианта заключается в том, чтобы дать возможность любому абитуриенту составить представление о структуре вариантов, количестве заданий, их форме, уровне сложности.

Задания части 1 вступительного испытания (задания *1–8*) направлены на проверку общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой части проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках и в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. В часть 1 вступительного испытания включены задания по всем основным разделам курса математики: геометрия (планиметрия и стереометрия), алгебра, начала математического анализа, теория вероятностей и статистика.

Задания части 2 вступительного испытания (задания *9–19*) проверяют математические знания и умения на том уровне требований, который традиционно предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике.

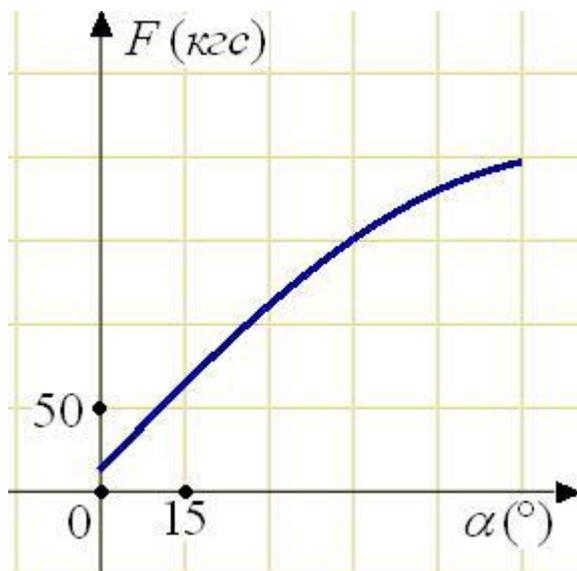
*Ответом к заданиям 1–12 является число либо целое, либо конечная десятичная дробь. Запишите это число в поле **ответа** в тексте работы, затем перенесите его в **бланк ответов** под номером соответствующего задания. Единицы измерений писать не нужно.*

Часть 1

1. Поезд отправился из Санкт-Петербурга в 23 часа 40 минут (время московское) и прибыл в Москву в 7 часов 40 минут следующих суток. Сколько часов поезд находился в пути?

Ответ: _____

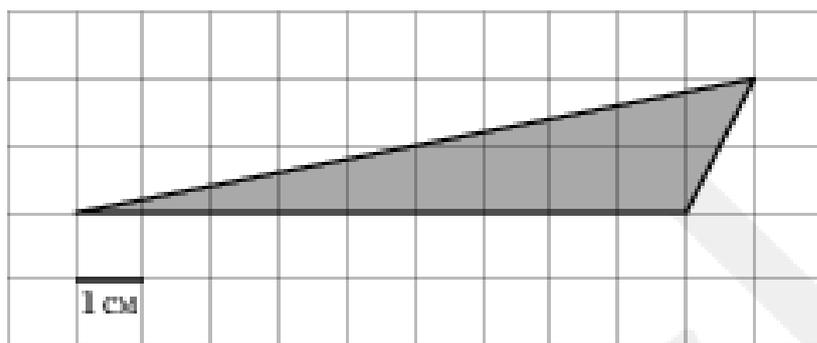
2. В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона



транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол наклона (в градусах), на оси ординат – сила натяжения транспортной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см изображён треугольник. Найдите его площадь. Ответ дайте в см².



Ответ: _____

4. В чемпионате по гимнастике участвуют 80 спортсменок: 21 из Аргентины, 27 из Бразилии, остальные — из Парагвая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Парагвая.

Ответ: _____

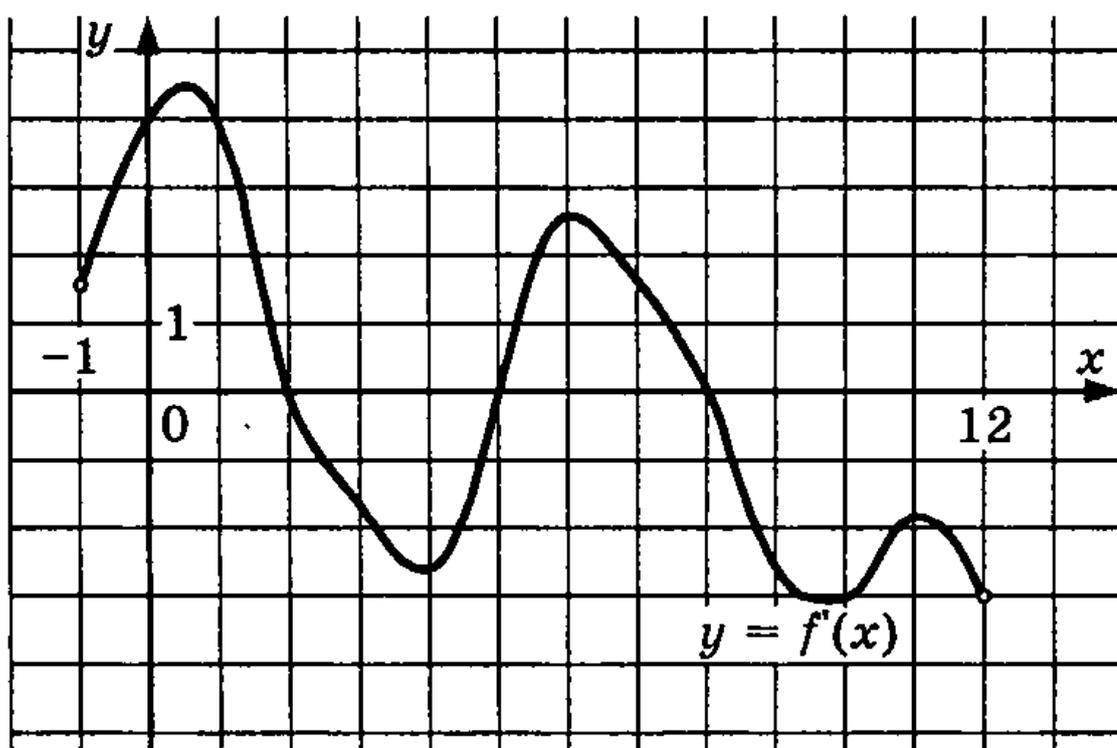
5. Найдите корень уравнения $5^{x+6} = 125$.

Ответ: _____

6. Треугольник ABC вписан в окружность с центром O . Угол BCA равен 82° . Найдите угол BOA . Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____

7. На рисунке изображён график производной функции $y = f'(x)$, определённой на интервале $(-1; 12)$. Найдите количество точек минимума этой функции на данном интервале.



Ответ: _____

8. В первом цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 27 см. Эту жидкость (без потери объёма) перелили во второй цилиндрический сосуд, диаметр основания которого в 3 раза больше диаметра основания первого. На какой высоте будет находиться уровень жидкости во втором сосуде? Ответ дайте в см.

Ответ: _____

Часть 2

9. Найдите значение выражения $7^{1-2x} \cdot 49^x$ при $x = 6,84$.

Ответ: _____

10. По закону Ома для полной цепи сила тока, измеряемая в амперах, равна $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$, где ε — ЭДС источника (в вольтах), $r = 1$ Ом — его внутреннее сопротивление, R — сопротивление цепи (в омах). При каком наименьшем сопротивлении цепи сила тока будет составлять не более 5% от силы тока короткого замыкания $I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$? Ответ дайте в омах.

Ответ: _____

11. Плиточник должен уложить 300 м^2 плитки. Если он будет укладывать на 5 м^2 в день больше чем запланировал, то закончит работу на 5 дней раньше, чем наметил. Сколько квадратных метров плитки в день планирует укладывать плиточник?

Ответ: _____

12. Найдите наибольшее значение функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 11$ на отрезке $[-5; -2]$.

Ответ: _____

При выполнении заданий 13-19 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

13. а) Решите уравнение $2 \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) = \cos x$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $\left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right]$.

14. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, все рёбра которой равны 2.

а) Докажите, что прямые AB и A_1C скрещиваются.

б) Найдите косинус угла между прямыми AB и A_1C .

15. Решите неравенство $\left(\frac{1}{2}\right)^{\log_2(x^2-1)} \geq 1$.

16. Диагонали трапеции перпендикулярны боковым сторонам.

а) Докажите, что трапеция равнобедренная.

б) Найдите площадь трапеции, если известно, что её основания равны 10 и 26.

17. 31 декабря Игорь взял в банке 100 000 рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая: 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на некоторое количество процентов), затем Игорь переводит очередной транш. Игорь выплатил кредит за два транша, переведя в первый раз 50 000 рублей, во второй 66 000 рублей. Под какой процент банк выдал кредит Игорю?

18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $x^2 - 2ax + 2a - 1 = 0$ имеет два различных корня одного знака.

19. На доске написано более 40, но менее 48 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно -3 , среднее арифметическое всех положительных из них равно 4 , а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -8 .

а) Сколько чисел написано на доске?

б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Система оценивания

Ответы к заданиям

Номер задания	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
ответ	8	45	9	0,4	-3	164	1	3	7	19	15	11
Номер задания	ответ											
13	а) $\frac{\pi}{2} + \pi n, \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, n, k \in Z$, б) $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}$											
14	б) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$											
15	$[-\sqrt{2}; -1), (1; \sqrt{2}]$											
16	б) 216											
17	10											
18	$\left(\frac{1}{2}; 1\right), (1; +\infty)$											
19	а) 44, б) отрицательных, в) 17											

Каждое из заданий **1–12** считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Каждое верно выполненное задание оценивается **1 баллом**.

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий **13–19**, зависит от полноты решения и правильности ответа. Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными.

За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов:

в заданиях **13-15** – это **2 балла**;

в заданиях **16-17** – это **3 балла**;

в заданиях **18-19** – это **4 балла**.

1 балл ставится в задании **13**, если обоснованно получен верный ответ в пункте а) или в пункте б), или получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения уравнения и отбора корней.

1 балл ставится в задании **14**, если выполнен только один из пунктов а) или б).

1 балл ставится в задании **15**, если допущена единичная вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.

2 балла ставится в задании **16**, если получен обоснованный ответ в пункте б), или имеется верное доказательство утверждения пункта а) и при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за единичной вычислительной ошибки.

1 балл ставится в задании **16**, если имеется верное доказательство утверждения пункта а), или при обоснованном решении пункта б) получен неверный ответ из-за единичной вычислительной ошибки, или обоснованно получен верный ответ в пункте б) с использованием утверждения пункта а), при этом пункт а) не выполнен.

2 балла ставится в задании **17**, если допущена единичная вычислительная ошибка, возможно, приведшая к неверному ответу, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения.

1 балл ставится в задании **17**, если с помощью верных рассуждений получено уравнение, из которого может быть найдено неизвестное значение, но коэффициенты уравнения неверные из-за ошибки в вычислениях.

3 балла ставится в задании **18**, если с помощью верного рассуждения получены все искомые значения параметра, но или в ответ включены также и неверных значения, или решение недостаточно обосновано.

2 балла ставится в задании **18**, если с помощью верного рассуждения получено хотя бы несколько верных значений параметра.

1 балл ставится в задании **18**, если задача сведена к исследованию аналитической или графической модели, но далее этого исследования ничего не сделано.

3 балла ставится в задании **19**, если верно получены три из следующих результатов: обоснованное решение пункта а); обоснованное решение пункта б); искомая оценка в пункте в); в пункте в) приведён пример, обеспечивающий точность предыдущей оценки.

2 балла ставится в задании **19**, если верно получены два из следующих результатов: обоснованное решение пункта а); обоснованное решение пункта б); искомая оценка в пункте в); в пункте в) приведён пример, обеспечивающий точность предыдущей оценки.

1 балл ставится в задании **19**, если верно получен один из следующих результатов: обоснованное решение пункта а); обоснованное решение пункта б); искомая оценка в пункте в); в пункте в) приведён пример, обеспечивающий точность предыдущей оценки.

Правильный ответ при отсутствии верной последовательности всех шагов решения оценивается в **0 баллов**.

В итоге за выполнение всех заданий абитуриент может получить **максимум 32 балла**, которые считаются первичными и будут переведены в 100-балльную шкалу.

Таблица перевода первичных баллов в 100-бальную шкалу

<i>Первичный балл</i>	<i>Перевод в 100- бальную шкалу</i>	<i>Первичный балл</i>	<i>Перевод в 100- бальную шкалу</i>
<i>0</i>	<i>0</i>	<i>17</i>	<i>67</i>
<i>1</i>	<i>5</i>	<i>18</i>	<i>70</i>
<i>2</i>	<i>10</i>	<i>19</i>	<i>73</i>
<i>3</i>	<i>15</i>	<i>20</i>	<i>76</i>
<i>4</i>	<i>19</i>	<i>21</i>	<i>78</i>
<i>5</i>	<i>23</i>	<i>22</i>	<i>80</i>
<i>6</i>	<i>27</i>	<i>23</i>	<i>82</i>
<i>7</i>	<i>31</i>	<i>24</i>	<i>84</i>
<i>8</i>	<i>35</i>	<i>25</i>	<i>86</i>
<i>9</i>	<i>39</i>	<i>26</i>	<i>88</i>
<i>10</i>	<i>43</i>	<i>27</i>	<i>90</i>
<i>11</i>	<i>47</i>	<i>28</i>	<i>92</i>
<i>12</i>	<i>51</i>	<i>29</i>	<i>94</i>
<i>13</i>	<i>55</i>	<i>30</i>	<i>96</i>
<i>14</i>	<i>58</i>	<i>31</i>	<i>98</i>
<i>15</i>	<i>61</i>	<i>32</i>	<i>100</i>
<i>16</i>	<i>64</i>		